Chute verticale dans un fluide

DÉTERMINATION DE LA VISCOSITÉ D'UNE HUILE MOTEUR

Dans les moteurs à combustion, on minimise les frottements entre les pièces mécaniques en utilisant des huiles afin d'obtenir un frottement visqueux. Plus une huile est épaisse, plus sa viscosité est élevée.
On souhaite déterminer expérimentalement la viscosité d'une huile moteur. Pour cela on filme la chute verticale d'une balle dans cette huile moteur avec une caméra numérique.
L'exploitation du film avec un ordinateur permet de déterminer les valeurs de vitesse de la balle en fonction du temps.
*On obtient le graphe donné dans l'**annexe 1** .*
Analysez le graphique de l'annexe 1

1. Validité de la modélisation de la force de frottement

Pour étudier le mouvement de la balle, on se place dans le référentiel du laboratoire. On prendra l'axe vertical Oz dirigé vers le bas.

Les caractéristiques de la balle sont : masse m = 35,0 g ; rayon R = 2,00 cm ; volume V = 33,5 cm^3 .
La masse volumique de l'huile est ρ_{huile} = 0,910 $g.cm^{-3}$.

On suppose que la force de frottement s'exprime sous la forme $\vec{f} = -k.\vec{v}_G$ où $\vec{v}_G$ est la vitesse du centre d'inertie de la balle. On appellera v_G la composante de la vitesse suivant l'axe Oz.
Ici $v_G = v_z$

1.1. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la balle en chute verticale dans l'huile, puis les représenter sur un schéma.

1.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement de la balle dans le référentiel du laboratoire.

1.3. Montrer que $\frac{dv_G}{dt}$ peut se mettre sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} = A - B \times v_G$

avec $A = g \times \left(1 - \frac{\rho_{huile} \times V}{m}\right)$ et $B = \frac{k}{m}$.

1.4. Vérifier que la constante A = 1,27 S.I. en précisant son unité. On donne la valeur du champ de pesanteur g = 9,81 $m.s^{-2}$.

1.5. *Le mouvement de chute de la balle présente deux régimes visibles sur la représentation graphique* $v_G = f(t)$ *donnée en **annexe 1**.*

1.5.1. Séparer, sur le graphe en **annexe 1**, par un axe vertical les domaines des deux régimes. Donnez le nom des deux régimes.
Quelles sont les forces qui s'exercent pendant les deux régimes .Quelle est leur somme ?

1.5.2. Relever la valeur de la vitesse limite v_{lim} sur la représentation graphique $v_G = f(t)$.

Donner l'expression littérale de la vitesse limite.

1.5.3. Que vaut l'accélération de la balle quand celle-ci atteint la vitesse limite ? Que peut-on en déduire ?

1.5.4. Temps caractéristique τ

1.6. *Connaissant la constante A donnée en 1.4. et la constante B = 7,5 s^{-1}, la méthode d'Euler permet d'estimer par le calcul la valeur de la vitesse de la balle en fonction du temps en utilisant les deux relations :*

$$\frac{dv_G(t_i)}{dt} = A - B.v_G(t_i) \qquad \text{et } v_G(t_{i+1}) = v_G(t_i) + \frac{dv_G(t_i)}{dt}.\Delta t \quad \text{où } \Delta t \text{ est le pas d'itération.}$$

Justifier les deux relations précédentes

Nous obtenons le tableau de valeurs suivant :

t (s)	0	0,080	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56
$\frac{dv_G}{dt}$ (m.s^{-2})	?	0,51	0,20	?	0,03	0,02	0,00	0,00
v_G (m.s^{-1})	0	0,102	0,143	?	0,165	0,167	0,169	0,169

1.6.1. Quel est le pas d'itération de la méthode d'Euler proposée ?

1.6.2. Que vaut l'accélération à l'instant t = 0 s ?

En utilisant la méthode d'Euler :

1.6.3. Calculer la valeur de la vitesse à l'instant t = 0,24 s.

1.6.4. En déduire la valeur de l'accélération à l'instant t = 0,24 s.

1.7. Placer sur la représentation $v_G = f(t)$ de l'**annexe 1** les valeurs des vitesses obtenues par la méthode d'Euler et tracer la courbe passant par ces points.

1.8. Sur quel paramètre peut-on agir pour améliorer la résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler ?

En comparant la courbe obtenue par la méthode d'Euler et les points expérimentaux, la modélisation de la force de frottement de l'huile sur la balle $\vec{f} = -k.\vec{v}_G$ est-elle valide ? Justifier votre réponse.

2. Détermination de la viscosité de l'huile moteur

Pour des vitesses faibles, la formule de Stokes permet de modéliser la force de frottement fluide $\vec{f}$ agissant sur un corps sphérique en fonction de la viscosité η de l'huile, du rayon de la balle R et de la vitesse de déplacement $\vec{v}_G$ de la balle telle que :

$\vec{f} = -6\,\pi\,\eta\,R\,\vec{v}_G$ avec η en Pa.s, R en m et v_G en m.s^{-1} .

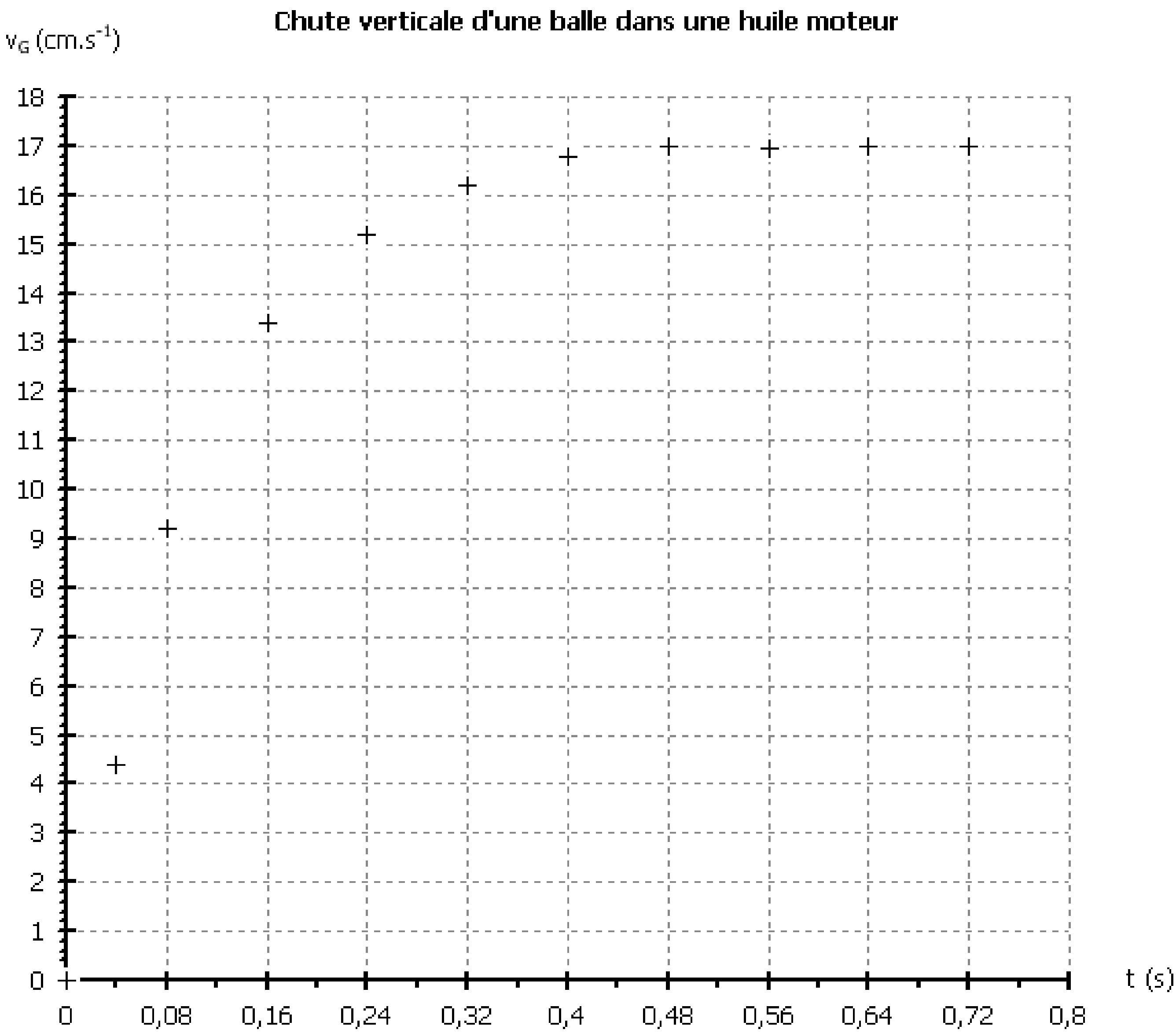
2.1. Donner la dimension de η

2.2. En vous aidant de l'expression de B donnée à la question 1.3 et de l'hypothèse $\vec{f} = -k.\vec{v}_G$, exprimer la viscosité η en fonction de B, m et R.

2.3. À l'aide des valeurs de viscosité données ci-dessous, identifier l'huile de moteur étudiée.

	Huile moteur à 20℃		
	SAE 10	SAE 30	SAE 50
η (Pa.s)	0,088	0,290	0,700

ANNEXE 1


Chute verticale d'une balle dans une huile moteur
v_G (cm.s^{-1})
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
t (s)
0
0,08
0,16
0,24
0,32
0,4
0,48
0,56
0,64
0,72
0,8